4Б

УДК 004.932.2:004.921

О.М. Березький
Тернопільский національний економічний університет МОН України, м. Тернопіль
ob@tneu.edu.ua

Методи і алгоритми аналізу та синтезу асиметричних зображень

У статті розглянуто підхід до аналізу та синтезу асиметричних зображень на основі теоретико-групового підходу. Запропоновано методи і алгоритми аналізу та синтезу асиметричних зображень. Для програмної реалізації запропонованих алгоритмів використано інтегроване середовище програмування Visual C++ Express Edition та відкриту бібліотеку функцій комп'ютерного зору Open CV.

Вступ

Асиметричні зображення представляють дуже широкий клас складних зображень як природного, так і штучного походження. Асиметричні зображення будуються на основі симетричних [1], множина яких обмежена.

Відомі алгоритми синтезу зображень можна поділити на два основних класи: алгоритми, що базуються на попіксельному синтезі [2], і фрагмент-базовані алгоритми, які створюють зображення шляхом копіювання фрагментів з різними зміщеннями [3].

Алгоритми аналізу складних (симетричних і асиметричних) зображень базуються на статистичних і структурних [4], алгебраїчних і геометричних методах та методах на основі штучних нейронних мереж. Найбільш прийнятними, на наш погляд, для аналізу асиметричних зображень є структурні, які використовують кристалографічні групи симетрії [5-7]. В даній роботі запропоновано методи і алгоритми аналізу та синтезу асиметричних зображень на основі теоретико-групового підходу.

Основні визначення та постановка задачі

Наведемо основні поняття із теорії груп. Як відомо, група – це деяка множина G, разом з заданою на ній бінарною операцією, що задовольняє умовам [8]:

1) (асоціативність): $(xy)z = x(yz)$;

2) (існування нейтрального елемента): існує $e \in G$: $ex = xe = x$;

3) (існування оберненого елемента): для кожного x існує x^{-1} такий, що $xx^{-1} = x^{-1}x = e$.

Нехай G – група. Підмножину $H \subseteq G$ називають підгрупою, якщо $gh \in H$, $g^{-1} \in H$, для кожних g, $h \in H$. Підгрупу $H \subset G$ називають нормальною, якщо для кожного $h \in H$ і кожного $g \in G$ маємо $g^{-1}hg \in H$. Ми розглядаємо тут випадок, коли G – підгрупа групи A_n афінних перетворень простору $\mathbf{R}^n$.

Група G при цьому називається дискретною, якщо виконано умову: існує $C > 0$ таке, що для кожного $x \in \mathbf{R}^n$ і кожного $g \in G$, $g \neq e$, $\|x - gx\| > C$.

Орбітою точки $x \in \mathbf{R}^n$ називають множину $\{gx | g \in G\}$.

Центром групи G називають підгрупу H елементів, що комутують зі всіма іншими: $Z(G)=\{g\in G|gx=xg$ для кожного $x\in G\}$.

Фундаментальною областю для групи G називають довільну множину представників по одному з кожної орбіти. Як правило, для застосувань фундаментальну область вибирають обмеженою.

Кристалографічні групи [8] – це дискретні групи рухів евклідового простору, що мають обмежену фундаментальну область.

Теорема 1 [9]. В $\mathbf{R}^2$ існує 17 кристалографічних груп з точністю до еквівалентності.

Смугою називаємо множину $S_1 = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid |y| \le 1\}$.

Теорема 2 [9]. В $\mathbf{R}$ існує 7 різних кристалографічних груп.

Якщо G, H – групи, то відображення $f{:}G\to H$ називають гомоморфізмом, якщо $f(g_1.g_2) = f(g_1)f(g_2)$ для кожних $g_1,g_2\in G$. Якщо при цьому f – взаємно однозначне відображення, то f називають ізоморфізмом, а групи G, H – ізоморфними.

Теорема 3 [9]. Підгрупа паралельних переносів є нормальною підгрупою в кристалографічній групі G. Ця група рівна своєму централізаторові та ізоморфна групі $\mathbf{Z}^n$ цілочисельних векторів в $\mathbf{R}^n$.

Для нормальної підгрупи $H \subset G$ розглянемо сім'ю суміжних класів, тобто сім'ю $\{gH \mid g \in G\}$. Якщо така сім'я скінченна, то підгрупу H називають підгрупою скінченного індексу в G. Відомо, що підгрупа L трансляцій (лінійних переносів) є підгрупою скінченного індексу в кристалографічній групі G.

Отже, в кристалографічних групах смуги та площини можна виділити підгрупи трансляцій. Ці групи є одновимірними та двовимірними відповідно.

Відомо [8], що існує підгрупа H групи G така, що виконані умови:

1) L – нормальна підгрупа в G;

2) кожен елемент g групи G однозначно зображується у вигляді добутку $g = lh$, де $l \in L$, $h \in H$;

3) виконується умова $hLh^{-1} = L$ для кожного $h \in H$.

У цьому випадку застосовують позначення $G = L \times H$ і кажуть, що G є напівпрямим добутком L і H. Фундаментальну область групи L називають рапортом.

Існують такі геометричні породжувальні перетворення T_1, T_2, …, T_n (паралельний перенос, центральна симетрія, осьова симетрія, ковзне відображення, поворот). Кожне геометричне перетворення в афінному просторі задається в матричному вигляді так: $T = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ c & d & 0 \\ m & n & 1 \end{pmatrix}$, де a, b, c і d здійснюють відповідно зсув, поворот, відображення, локальне масштабування; m і n виконують зміщення [10].

Позначимо множину цих геометричних породжувальних перетворень через $S = \{T_1, T_2, ..., T_n\}$. Дані перетворення відповідають аксіомам абстрактної групи.

Нехай задане поле зору $P = \{(x, y) | 1 \le x \le l, 1 \le y \le k\}$, де l і k – довжина і ширина прямокутної рамки – поля зору.

На полі зору P задане елементарне зображення Ime, $Ime \subset P$.

Елементарним зображенням Ime назвемо несиметричну частину поля зору.

Над заданим елементарним зображенням Ime виконаємо геометричні перетворення і отримаємо рапорт, тобто

$$Rp = S(Ime) = \bigcup_{s\in S} s(Ime)\,;\, S(Ime) = \{s(x, y) \mid x, y \in Ime\}.$$

Отже, рапорт Rp – це зображення, яке отримане в результаті виконання геометричних перетворень над елементарним зображенням. При цьому виконується умова

$$S(Ime) \cap Ime = \varnothing,$$

тобто при перетвореннях в утворенні рапорту відсутнє накладання елементарних зображень, тобто $s_1(Ime) \cap s_2(Ime) = \varnothing$, $s_2 \in S$, $s_1 \in S$ $s_1 \neq s_2$.

Якщо здійснити паралельні переноси L вздовж однієї або двох осей, то отримаємо відповідно симетричне зображення Ims на смузі або площині, тобто

$$l(Rp) = \{l(x,y) \mid x, y \in Rp\};$$

$$Ims = \bigcup_{l \in L} l(Rp) = \bigcup_{l \in L} l\left(\bigcup_{s \in S} s(Ime)\right);$$

$$Rp = \bigcup_{s \in S} s(Ime).$$

Отже, симетричне зображення – це зображення, яке побудоване на основі виконання паралельних переносів рапорту вздовж однієї або двох осей.

Асиметричне зображення – це зображення, яке отримано із симетричного шляхом спотворення параметрів його формування (формування елементарного рисунка, рапорту і трансляцій рапорту).

Позначимо через $A = \{G_1, G_2, ..., G_7\}$ – множину груп смуги, а через $B = \{H_1, H_2, ..., H_{17}\}$ – множину груп площини (надалі будемо розглядати тільки множину B). Нехай задана множина вхідних асиметричних зображень $M = \{Imas_1, Imas_2, ..., Imas_p\}$ $M = \{Imas_1, Imas_2, ..., Imas_p\}$. Розіб'ємо її на класи еквівалентності відносно групи симетрії. Якщо множина вхідних зображень кінцева, то її можна розбити на підмножини відносно групи симетрії $M_0 = \{Ims_1, Ims_2, ..., Ims_n\}$.

Для множини симетричних зображень M_0 задана множина породжувальних перетворень $T^e = \{T_1^e, T_2^e, ..., T_n^e\}$. Тобто існує відображення $\theta : M_0 \to T^e$ множини симетричних зображень на множину їх породжувальних перетворень. Відображення θ також переводить множину M асиметричних зображень на множину породжувальних перетворень $\theta(M) \to T$, тобто $T = \{T_1, T_2, ..., T_n\}$.

Визначимо симетризатор V, який переводить множину асиметричних зображень M в множину симетричних зображень M_0. Симетризатор – відображення $V : M \to M_0$ або $T \to T^e$ довільної множини породжувальних перетворень T в множину еталонних породжувальних перетворень T^e, які відповідають певним групам.

Необхідно:

1. Побудувати асиметричні зображення $M = \{Imas_1, Imas_2, ..., Imas_p\}$.
2. Знайти симетризатори базових геометричних перетворень V_S і груп на смузі V_A та площині V_B.

Метод синтезу асиметричних зображень

Метод синтезу асиметричних зображень ґрунтується на використанні симетричних зображень із спотворенням параметрів формування їх складових.

Спотворення – це неізометричне перетворення параметрів формування групи симетрії [1].

В загальному випадку (рис. 1) спотворення по типу діляться на структурні та параметричні. Структурні спотворення змінюють вид породжувальних перетворень, тому ми їх розглядати не будемо. Параметричні спотворення змінюють значення параметрів у заданих межах при формуванні асиметричного зображення. За місцем прикладання спотворення діляться на: спотворення елементарного рисунка Ime – D_m, спотворення рапорту D_{Rp} і спотворення трансляцій рапорту D_L. За видом спотворення діляться на: зміщення по осі OX – D_x, по осі OY – D_y, по осях OX і OY – $D_{x,y}$, поворот на кут α – $D_{R\alpha}$, масштабування – D_m.

Позначимо функцію спотворення через $D = f(x, y)$. У загальному випадку функція D є випадковою, яку можна представити так:

$$D(x, y) = \varphi(x, y)\varepsilon(x, y) + g(x, y),$$

де $\varphi(x, y)$, $g(x, y)$ – детерміновані функції,
$\varepsilon(x, y)$ – стаціонарна випадкова функція.

Розглянемо можливі випадки функції спотворення.

1. $D(x, y) = c = const$. Проходить зміщення на задану величину c параметрів формування групи симетрії.

2. $D(x, y) = g(x, y)$. Змінюються параметри формування групи за певним законом.

Отже, в цих двох випадках проходить детерміноване спотворення параметрів формування групи і утворюються близько регулярні структури.

3. $D(x, y) = \varphi(x, y)\varepsilon(x, y) + g(x, y)$; $|\varphi(x, y)\varepsilon(x, y)| \cong |g(x, y)|$.
В результаті такого спотворення отримуємо нерегулярну структуру.

4. $D(x, y) = \varphi(x, y)\varepsilon(x, y) + g(x, y)$; $|\varphi(x, y)\varepsilon(x, y)| >> |g(x, y)|$.
Дана функція спотворення породжує близько стохастичну структуру.

5. $D(x, y) = \varepsilon(x, y)$.
В результаті такого спотворення отримуємо стохастичну структуру.

Введемо асиметрію першого виду, за якої порушується ізометрія при паралельних переносах рапорту, що виражається рівняннями в операторному (рис. 2):

$$Imas = D_{f(x,y)} L_{x,y}(R_n(R_{n-1}(...R_1(Ime))))$$

і в матричному:

$$Imas = T_L D_L [T_n(T_{n-1}(T_{n-2} \ldots T_1(X)))]$$

виглядах.

Асиметрія другого виду передбачає зміщення і повороти між елементарними рисунками при побудові рапорту. Відповідні рівняння мають вигляд:

$$Imas = D_{f(x,y)} L_{x,y}(D_{x,y} D_{R,\alpha} R_n(R_{n-1}(...R_1(D_m Ime))));$$

$$Imas = T_L[T_n D_{R\,p_n}(T_{n-1} D_{R\,p_{n-1}}(T_{n-2} D_{R\,p_{n-2}} \ldots T_1 D_{R\,p_1}(X)))].$$

Асиметрія третього виду зберігає ізометрію при побудові рапортів і при їх трансляціях, але змінює (масштабує елементарне зображення), що виражається рівняннями:

$$Imas = L_{x,y}(R_n(R_{n-1}(...R_1(D_m Ime))));$$

$$Imas = T_L[T_n(T_{n-1}(T_{n-2} \ldots T_1(X D_m)))].$$

Розглянемо комбінації базових основних спотворень 1, 2 і 3-го виду.

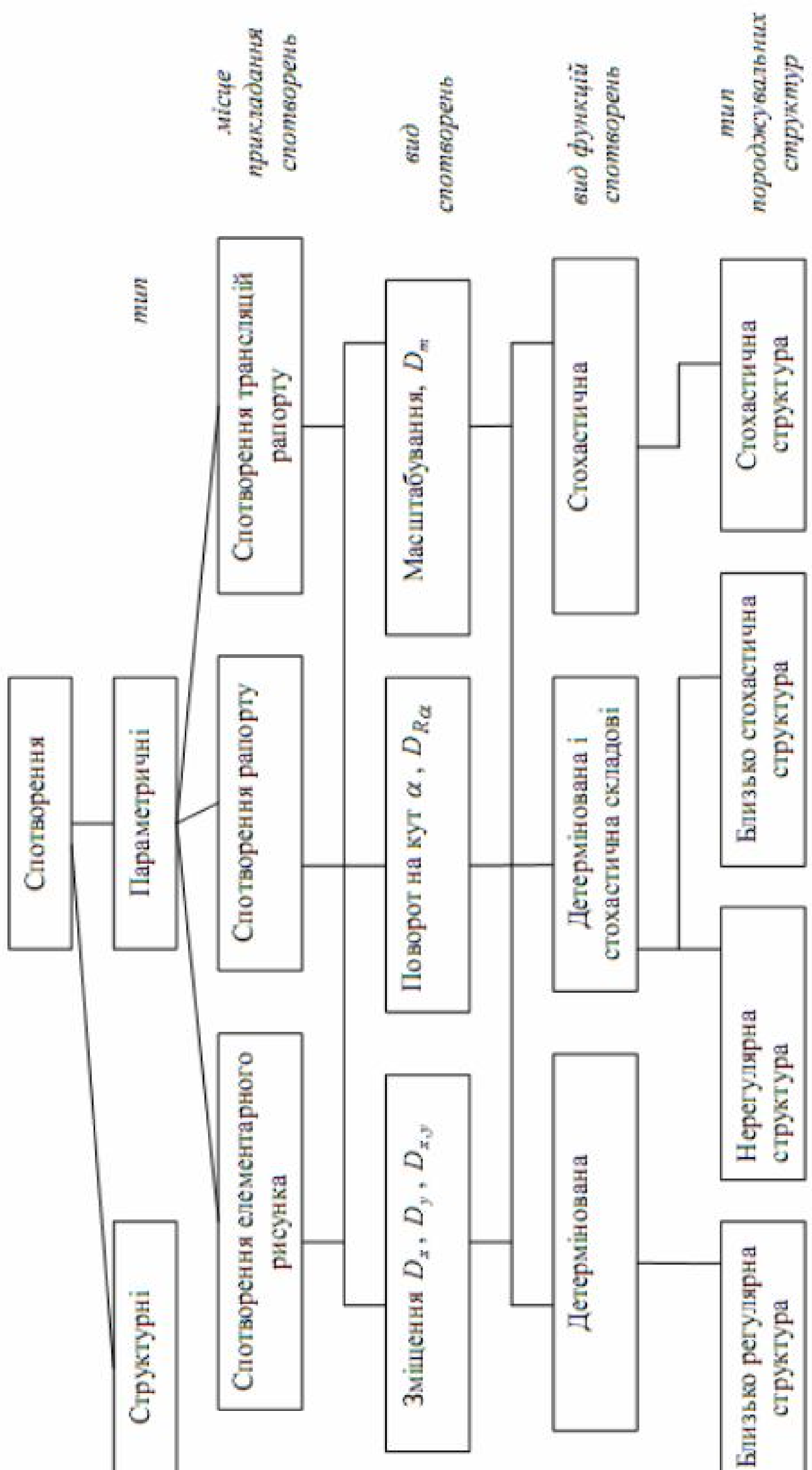


Рисунок 1 – Класифікація спотворень

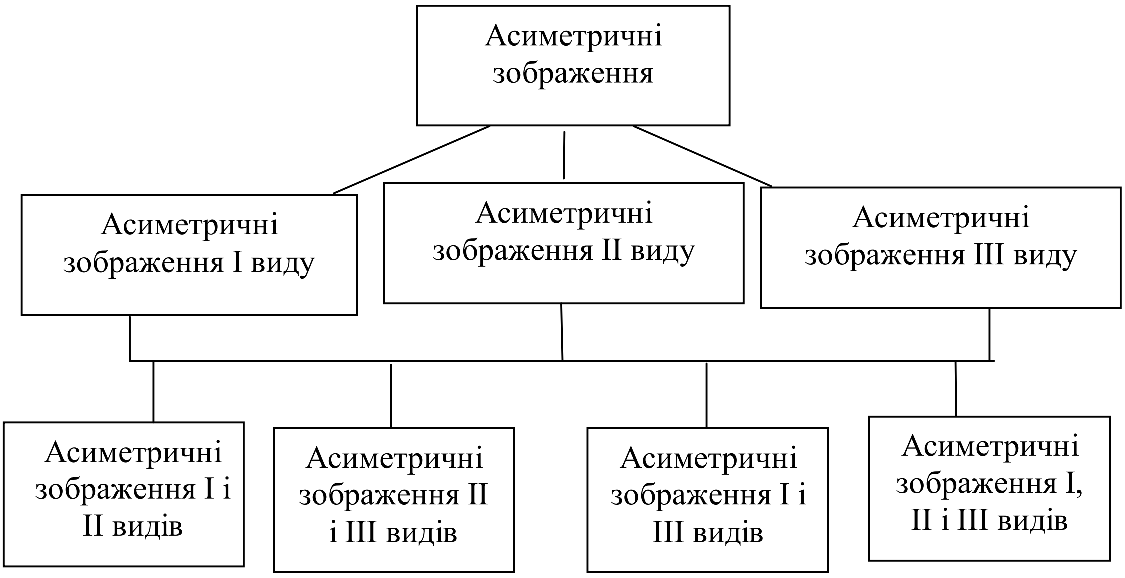


Рисунок 2 – Класифікація асиметричних зображень

При комбінації першої $AS1$ з другою асиметрією $AS2$ порушується ізометрія при паралельних переносах рапорту та проходить зміщення і повороти між елементарними рисунками при побудові рапорту і отримуються такі рівняння:

$$Imas = D_{f(x,y)} L_{x,y} (D_{x,y} D_{R,\alpha} R_n (R_{n-1} (...R_1 (Ime))));$$

$$Imas = T_L D_L [T_n D_{Rp_n} (T_{n-1} D_{Rp_{n-1}} (T_{n-2} D_{Rp_{n-2}} \dots T_1 D_{Rp_1} (XD_m)))].$$

При комбінації другої асиметрії $AS2$ з третьою $AS3$ порушується ізометрія при формуванні рапорту і масштабування елементарного рисунка і отримуються такі рівняння:

$$Imas = L_{x,y} (D_{x,y} D_{R,\alpha} R_n (R_{n-1} (...R_1 (D_m Ime)))),$$

$$Imas = T_L [T_n D_{R\,p_n} (T_{n-1} D_{R\,p_{n-1}} (T_{n-2} D_{R\,p_{n-2}} \dots T_1 D_{R\,p_1} (X)))].$$

При комбінації першої асиметрії $AS1$ з третьою $AS3$ порушується ізометрія при паралельних переносах рапорту і проходить масштабування елементарного зображення, в результаті чого отримуються такі рівняння:

$$Imas = D_{f(x,y)} L_{x,y} (R_n (R_{n-1} (...R_1 (D_m Ime)))).$$

$$Imas = T_L D_L [T_n (T_{n-1} (T_{n-2} \dots T_1 (XD_m)))].$$

При комбінації трьох асиметрій $AS1$, $AS2$ і $AS3$ порушується ізометрія в рапорті при трансляціях і проходить масштабування елементарного рисунка ($AS1+$ $+AS2+AS3$).

Рівняння для такого випадку такі:

$$Imas = D_{f(x,y)} L_{x,y} (D_{x,y} D_{R,\alpha} R_n (R_{n-1} (...R_1 (D_m Ime)))).$$

$$Imas = T_L D_L [T_n D_{Rp_n} (T_{n-1} D_{Rp_{n-1}} (T_{n-2} D_{Rp_{n-2}} \dots T_1 D_{Rp_1} (XD_m)))].$$

Метод симетрування асиметричних зображень

Метод симетрування ґрунтується на алгоритмах симетрування базових геометричних перетворень і алгоритмах симетрування кристалографічних груп на смузі та площині [11].

Розглянемо властивості симетризаторів.

1. Будь-який симетризатор є відображенням множини асиметричних зображень M в множину симетричних зображень M_0.

2. Симетризатор V будь-якої групи розкладається на симетризатор підгрупи рапорту і симетризатор підгрупи трансляцій $V_G = V_{Rp} \cdot V_L$ (кожну групу симетрії можна представити у вигляді підгрупи рапорту і підгрупи трансляцій [8]).

3. Симетризатор рапорту, в свою чергу, розкладається на симетризатори породжувальних перетворень відносно певної групи

$$V_{Rp} = V_Z \cdot V_S \cdot V_R \cdot V_{XS} \cdot V_{X,Y},$$

де V_Z – симетризатор центральної симетрії, V_S – симетризатор осьової симетрії, V_R – симетризатор повороту, V_{XS} – симетризатор ковзної симетрії, $V_{X,Y}$ – симетризатор зміщень.

4. Вибір симетризатора V певної групи залежить від наявності породжувальних перетворень, що утворюють дану групу.

Симетрування базових геометричних перетворень. Введемо спотворення:

$$D_x,\ D_y,\ D_{x,y},\ D_m,\ D_{R_\alpha}, D_{x,y,R_\alpha},\ D_{x,y,m},\ D_{x,y,R_\alpha,m}.$$

Симетрування осьової симетрії. Розглянемо спотворення осьової симетрії. В загальному вигляді рівняння осьової симетрії без спотворення наступне:

$$Ims = R_l \cdot Ime,$$

де R_l – оператор відображення відносно осі l: $y = kx + b$.

Рівняння в операторній формі у випадку спотворень $D_{x,y,R_\alpha,m}$ представляється таким чином:

$$Imas = D_{x,y}(D_{R_\alpha}(R_l(D_m Ime))),$$

а в матричній формі – $Imas = D_{x,y}(D_{R_\alpha}(T_l(D_m Ime)))$, де T_l – перетворення осьової симетрії в матричній формі.

Рівняння симетрування таке:

$$Ims = Imas \cdot V_S = D_{x,y}(D_{R_\alpha}(T_l(D_m Ime)))D_m^{-1}D_{R_\alpha}^{-1}D_{x,y}^{-1} =$$
$$= D_{x,y}(D_{R_\alpha}(T_l(D_m Ime))) \times (D_{x,y}D_{R_\alpha}D_m)^{-1}.$$

Симетрування центральної симетрії. Рівняння центральної симетрії без спотворень таке:

$$Ims = R_Z \cdot Ime,$$

де R_Z – оператор відображення відносно будь-якої точки.

Рівняння в операторній формі у випадку спотворень $D_{x,y,R_\alpha,m}$ буде наступне:

$$Imas = D_{x,y}(D_{R_\alpha}(R_Z(D_m Ime))),$$

а в матричній –

$$Imas = D_{x,y}(D_{R_\alpha}(T_Z(D_m Ime))).$$

Рівняння симетрування таке:

$$Ims = Imas \cdot V_Z = D_{x,y}(D_{R_\alpha}(T_Z(D_m Ime)))D_m^{-1}D_{R_\alpha}^{-1}D_{x,y}^{-1} =$$
$$= D_{x,y}(D_{R_\alpha}(T_Z(D_m Ime))) \times (D_{x,y}D_{R_\alpha}D_m)^{-1}.$$

Симетрування поворотів. Рівняння повороту довільного елементарного рисунку на кут θ представимо у вигляді $Ims = R_\theta \cdot Ime$, де R_θ – оператор повороту на кут θ відносно будь-якої точки.

При спотворенні $D_{x,y,R_\alpha,m}$ рівняння в операторній формі набуває вигляду:

$$Imas = D_{x,y}(D_{R_\alpha}(R_\theta(D_m Ime))),$$

а в матричній –

$$Imas = D_{x,y}(D_{R_\alpha}(T_R(D_m Ime))).$$

Рівняння симетрування таке:

$$Ims = \operatorname{Im}as \cdot V_R = D_{x,y}(D_{R_\alpha}(T_R(D_m Ime)))D_m^{-1}D_{R_\alpha}^{-1}D_{x,y}^{-1} =$$
$$= D_{x,y}(D_{R_\alpha}(T_R(D_m Ime))) \times (D_{x,y}D_{R_\alpha}D_m)^{-1}.$$

Симетрування паралельних перенесень. Паралельне перенесення довільного елементарного рисунка на вектор $\vec{p}$, модуль якого $|\vec{p}| = \sqrt{m^2+n^2}$, де m і n – зміщення по осі OX та OY відповідно, представимо у вигляді рівняння $Ims = R_{X,Y} \cdot Ime$, де $R_{X,Y}$ – оператор паралельного перенесення.

При спотворенні $D_{x,y,R_\alpha,m}$ рівняння в операторній формі набуває вигляду:

$$Imas = D_{x,y}(D_{R_\alpha}(R_{X,Y}(D_m Ime))),$$

а в матричній –

$$Imas = D_{x,y}(D_{R_\alpha}(T_{X,Y}(D_m Ime))).$$

Рівняння симетрування таке:

$$Ims = Imas \cdot V_{X,Y} = D_{x,y}(D_{R_\alpha}(T_{X,Y}(D_m Ime)))D_m^{-1}D_{R_\alpha}^{-1}D_{x,y}^{-1} =$$
$$= D_{x,y}(D_{R_\alpha}(T_{X,Y}(D_m Ime))) \times (D_{x,y}D_{R_\alpha}D_m)^{-1}.$$

Симетрування ковзної симетрії. Ковзна симетрія є комбінацією паралельного переносу і осьової симетрії. Тому рівняння ковзної симетрії буде наступним: $Ims = R_{X,Y} \cdot R_S \cdot Ime$, де $R_{X,Y}$ – оператор паралельного перенесення, R_S – оператор осьової симетрії .

При спотворенні $D_{x,y,R_\alpha,m}$ рівняння в операторній формі набуває вигляду:

$$Imas = D_{x,y}(D_{R_\alpha}(R_{X,Y}R_S(D_m Ime))),$$

а в матричній –

$$Imas = D_{x,y}(D_{R_\alpha}(T_{X,Y}T_S(D_m Ime))).$$

Рівняння симетрування таке:

$$Ims = Imas \cdot V_{X,S} = D_{x,y}(D_{R_\alpha}(T_{X,Y}T_S(D_m Ime)))D_m^{-1}D_{R_\alpha}^{-1}D_{x,y}^{-1} =$$
$$= D_{x,y}(D_{R_\alpha}(T_{X,Y}T_S(D_m Ime))) \times (D_{x,y}D_{R_\alpha}D_m)^{-1}.$$

Симетрування кристалографічних груп на смузі і площині. Для симетрування груп на смузі і площині необхідно спочатку привести еталонні перетворення в матричній формі для даних груп. В роботі [8] детально проаналізовано і виведено дані рівняння. На основі рівнянь симетрування базових геометричних перетворень виведемо рівняння симетрування груп симетрії на смузі та площині.

Введемо позначення симетризаторів: V_Z – симетризатор центральної симетрії, V_S – симетризатор осьової симетрії, V_R – симетризатор повороту, V_L – симетризатор трансляцій, V_{SX} – симетризатор осьової симетрії вздовж осі OX, V_{SY} – симетризатор осьової симетрії вздовж осі OY, V_{SXY} – симетризатор осьової симетрії вздовж довільної осі, V_{LX} – симетризатор трансляцій вздовж осі OX, V_{LY} – симетризатор трансляцій вздовж осі OY, V_{LXY} – симетризатор трансляцій вздовж довільної осі, V_X – симетризатор зміщень вздовж осі OX, V_Y – симетризатор зміщень вздовж осі OY, V_{XY} – симетризатор зміщень по X та Y, V_m – симетризатор масштабування.

Тоді на основі приведених породжувальних перетворень представимо симетризатори для груп смуги:

$p1$	$V_{LX}\ V_{XY}$	pmg	$V_{SY}\ V_{SX}\ V_{LX}$
pg	$V_{SX}\ V_X\ V_{LX}$	pm	$V_{SX}\ V_{LX}$
$p1m$	$V_{SY}\ V_{LX}$	pmm	$V_{SY}\ V_{SX}\ V_{LX}$
$p2$	$V_Z\ V_{LX}$		

площини:

$p1$	$V_{LX}\ V_{XY}$	$p4$	$V_R\ V_{XY}\ V_{R\ V_{XY}}\ V_{LX}\ V_{LY}$
$p2$	$V_Z\ V_X\ V_Y\ V_{LX}\ V_{LY}$	$p4m$	$V_{SXY}\ V_{SX}\ V_{SY}\ V_X\ V_{LX}\ V_{LY}$
pm	$V_Y\ V_{LX}\ V_{LY}$	$p4g$	$V_{SXY}\ V_R\ V_{XY}\ V_Z\ V_X\ V_{LX}\ V_{LY}$
pg	$V_{SXY}\ V_{XY}$	$p3$	$V_R\ V_{LXY}$
cm	$V_{SXY}\ V_{LX}\ V_{LY}$	$p31m$	$V_R\ V_{XY}\ V_R\ V_{SXY}\ V_{LXY}$
pmm	$V_{SY}\ V_{SX}\ V_{LX}\ V_{LY}$	$p3m1$	$V_{SY}\ V_R\ V_{LXY}$
pmg	$V_Z\ V_X\ V_{XY}\ V_{SXY}\ V_{LXY}$	$p6$	$V_R\ V_{XY}\ V_R\ V_{XY}\ V_Z\ V_{XY}\ V_{LXY}$
pgg	$V_X\ V_{XY}\ V_Z\ V_{XY}\ V_{LX}\ V_{LY}$	$p6m$	$V_{SX}\ V_{SXY}\ V_Y\ V_{LXY}$
cmm	$V_{SXY}\ V_{XY}\ V_{LX}\ V_{LY}$		

Експериментальні дослідження

Для програмної реалізації алгоритмів синтезу та аналізу асиметричних зображень використано інтегроване середовище програмування Visual C++ Express Edition 2005 та відкриту бібліотеку функцій комп'ютерного зору OpenCV версії 1.0 2006 р. На рис. 3 наведено асиметричне зображення. В результаті застосування алгоритмів симетрування отримуємо симетричне зображення, побудоване на основі групи $p3$ (рис. 4).

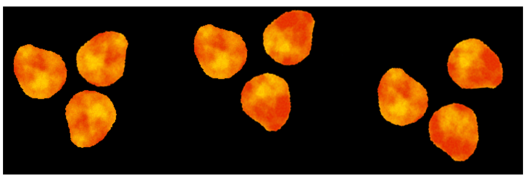


Рисунок 3 – Асиметричне зображення

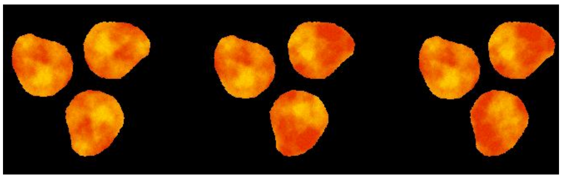


Рисунок 4 – Симетричне зображення, побудоване на основі групи $p3$

Коефіцієнти афінних перетворень для асиметричного зображення і коефіцієнти матриць спотворення симетричного зображення наведені в табл. 1.

Таблиця 1 – Коефіцієнти афінних перетворень аналізованих зображень

Величина спотворення в градусах	Коефіцієнти афінних перетворень асиметричного зображення				Коефіцієнти матриці спотворень			
	a	*b*	*c*	*d*	*a*	*b*	*c*	*d*
0	1	0	0	1	–	–	–	–
10	0,9688	0,187	–0,1597	0,9853	1,0009	–0,1899	0,1622	0,9841
20	0,94	0,3403	–0,2977	0,9181	0,9521	–0,3529	0,3087	0,9748
30	1	0	0,0192	0,9811	1	0	–0,0196	1,0193
0	–0,43	0,9	–0,9	–0,42	1,0045	0,0075	0,0087	0,9982
10	–0,5762	0,8172	–0,8151	–0,5882	0,9815	–0,1664	0,1861	0,9726
20	–0,4214	0,8992	–0,898	–0,4286	1,0045	0,0075	0,0087	0,9982
30	–0,8259	0,563	–0,5666	–0,8172	0,8666	–0,5043	0,5005	0,8588
0	–0,59	–0,8	0,83	–0,57	0,9851	–0,041	0,0221	1,0459
10	–0,6975	–0,7353	0,7095	–0,6828	0,9725	0,1244	–0,1626	1,01
20	–0,8139	–0,605	0,575	–0,8004	0,9328	0,2943	–0,3368	0,9667
30	–0,9148	–0,4433	0,4214	–0,8992	0,8596	0,4659	–0,5015	0,8811
0	1	0	0	1	–	–	–	–
10	0,9688	0,187	–0,1597	0,9853	1,0009	–0,1899	0,1622	0,9841
20	0,94	0,3403	–0,2977	0,9181	0,9521	–0,3529	0,3087	0,9748
30	1	0	0,0192	0,9811	1	0	–0,0196	1,0193
0	–0,43	0,9	–0,9	–0,42	1,0045	0,0075	0,0087	0,9982
10	–0,5762	0,8172	–0,8151	–0,5882	0,9815	–0,1664	0,1861	0,9726
20	–0,4214	0,8992	–0,898	–0,4286	1,0045	0,0075	0,0087	0,9982
30	–0,8259	0,563	–0,5666	–0,8172	0,8666	–0,5043	0,5005	0,8588
0	–0,59	–0,8	0,83	–0,57	0,9851	–0,041	0,0221	1,0459

Висновки

Застосування теоретико-групового підходу дозволило з єдиних теоретичних позицій здійснити аналіз і синтез асиметричних зображень. Аналіз асиметричних зображень полягає в розробленні симетризаторів зображень і приведенні їх до відомих симетричних структур.

Література

1. Березький О.М. Теоретико-груповий підхід до синтезу складних зображень. / О.М. Березький // Управляющие машины и системы. – 2009. – № 6. – С. 19-24.
2. Hertzmann et al. Image Analogies / Hertzmann et al. // Proceedings of SIGGRAPH 2001. – 2001. – P. 327-340.
3. Efros, Freman. Image quilting / Efros, Freman // Proceedings of SIGGRAPH 2001. – 2001. – P. 341-346.

4. Шлезингер М. Десять лекций по статистическому и структурному распознаванию / М. Шлезингер, В. Главач. – Киев : Наукова думка, 2004. – 545 с.
5. Liu Y. A Computational Model for Repeated Pattern Perception Using Frieze and Wallpaper Groups / Yanxi Liu, Robert Collins // IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, June 2000. – Academic Press, 2000. – P. 537-544.
6. Грицик В.В. Моделювання та синтез складних зображень симетричної структури / В.В. Грицик, Березька К.М., Березький О.М. – Львів : В-во «Українська академія друкарства – Державний науково-дослідний інститут інформаційної інфраструктури», 2005. – 140 с.
7. Файн В.С. Опознавание изображений (основы непрерывной теории и ее приложения) / В.С. Файн. – М. : Наука, 1970. – 299 с.
8. Голод П.І. Симетрія та методи теорії груп у фізиці / П.І. Голод. – К. : Вид. дім «Києво-Могилянська академія», 2005. – 215 с.
9. Polya G. Uber die Analogie der Kristalsymmetrie in der Ebene / G. Polya. – 1924. – P. 278-282.
10. Роджерс Д. Математические основы машинной графики / Д. Роджерс, Дж. Адамс ; пер. с англ. – М. : Мир, 2001. – 604 с.
11. Березький О.М. Симетрування асиметричних зображень / О.М. Березький // Матеріали міжнародної наукової конференції «Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчислювального інтелекту», ISDMCI'2010, (17 – 21 травня, Євпаторія, Україна). – 2010. – С. 252-257.

О.Н. Березкий
Методы и алгоритмы анализа и синтеза асимметрических изображений
В статье рассмотрен подход к анализу и синтезу асимметрических изображений на основе теоретико-группового подхода. Предложены методы и алгоритмы анализа и синтеза асимметрических изображений. Для программной реализации предложенных алгоритмов использована интегрированная среда программирования Visual C++ Express Edition и открытая библиотека функций компьютерного зрения Open CV.

O.M. Berezsky
Methods and Algorithms for Analysis and Synthesis of Asymmetric Images
In the article group-theoretical approach for analysis and synthesis of asymmetric images is considered. Methods and algorithms of analysis and synthesis of asymmetric images are offered. For software implementation of the offered algorithms the integrated development environment Visual C++ Express Edition and opened library of functions of computer vision Open CV is used.

Стаття надійшла до редакції 01.07.2010.